

N 1

$$\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \\ y - \frac{1}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - 1 = 0 \\ xy - 1 = x \end{cases} \Rightarrow x = 0$$

$$xy - 1 = 0$$

$$xy = 1$$

$$y = \frac{1}{x} = 0$$

$$0) \begin{cases} x - \frac{1}{y} = 1/y \\ y - \frac{1}{x} = 2/x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - 1 = y \\ xy - 1 = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = y + 1 \\ xy - 1 = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{y+1}{y} \\ xy - 1 = 2x \end{cases}$$

$$\frac{y+1}{y} \cdot y - 1 = 2 \cdot \frac{y+1}{y}$$

$$y + 1 - 1 = \frac{2y+2}{y}$$

$$y = \frac{2y+2}{y} \quad | \cdot y$$

$$y^2 = 2y + 2$$

$$y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 4 + 8 = 12$$

$$y_{1/2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{3} + 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3} \cdot (1 - \sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} - (1 - \sqrt{3})} = \frac{2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3}{1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{-2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3} \cdot (1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{2 + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3}{1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 3} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{-2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

N2

$$a) \begin{cases} x : 12 = 4a + 7 \\ x : 42 = a + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-7) : 12 = 4a \\ (x-11) : 42 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-7 = 48a \\ x-11 = 42a \end{cases}$$

$$x \equiv 7 \pmod{12}$$

$$x \equiv 11 \pmod{42}$$

$$\begin{cases} x = 48a + 7 \\ x = 42a + 11 \end{cases}$$

$$48a + 7 = 42a + 11$$

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

$$x = 55$$

$$x = 53$$

$$x - 7 = 7 - 7$$

$$x - 11 = 11 - 11$$

$$x - 7 = 0$$

$$x - 11 = 0$$

Мұндай натурал сан табылмайды.

$$b) \begin{cases} x : 11 = a + 7 \\ x : 42 = b + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x : 11 = 4a + 7 \\ x : 42 = 4b + 11 \end{cases}$$

$$42 : 11 = 3,81 \approx 4$$

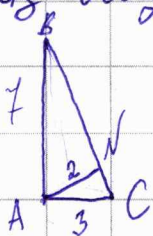
N3

$$a) h=2, h=3, h=4$$

$$b) h=3, h=4, h=6$$

Ішек қабырғалы үшбұрышта біліктік, медиана да алады. Бұл үшбұрышта біліктілік өз ара тең болуы тиіс.

Ішек бүйірлі үшбұрышта екі бүйір қабырғасына түсіретін біліктік тең болуы керек. Ішек тіктөртбұрыштың біліктірі да алады егерін



$$BN^2 = BA^2 - AN^2$$

$$NC^2 = AC^2 - AN^2$$

$$BN^2 = 7^2 - 2^2 = 49 - 4 = 45$$

$$NC^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

$$BN = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$NC = \sqrt{5}$$

$$BC = BN + NC = 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\begin{cases} x:11 = a+7 \\ x:42 = b+11 \end{cases} = \begin{cases} x:11 = 4b+7 \\ x:42 = a+11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-7:11 = 4b \\ x-11:42 = a \end{cases}$$

$$42:11 = 3,81 \approx 4$$

$$\begin{cases} x-7 = 44b \\ x-11 = 42b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44b+7 \\ x = 42b+11 \end{cases}$$

$$44b+7 = 42b+11$$

$$2b = 4$$

$$b = 2$$

$$x = 44 \cdot 2 + 7$$

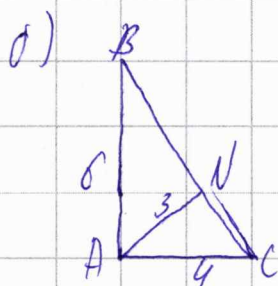
$$x = 88 + 7 = 95$$

$$x = 42 \cdot 2 + 11$$

$$x = 84 + 11 = 95$$

Жауабы

N3 ~~8~~



$$NC^2 = AC^2 - AN^2$$

$$NC^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

$$NC = \sqrt{7}$$

$$BN^2 = AB^2 - AN^2$$

$$BN^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

$$BN = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$BC = 3\sqrt{3} + \sqrt{7}$$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

1. a) 
$$\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \\ y - \frac{1}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ y - \frac{1}{\frac{1}{y}} = y - \frac{y}{1} = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} y - y = 0 \\ y - y \neq 1 \end{matrix} \quad \text{Болмайды.}$$

б) 
$$\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 1 \\ y - \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{y} = 1 - x \\ y - \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = x - 1 \\ y - \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x-1} \\ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = 2 \end{cases}$$

$$\frac{x-1(x-1) - 2x(x-1)}{x(x-1)} = x - x + 1 - 2x^2 + 2x = -2x^2 + 2x + 1 = 0 \quad 2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$y = \frac{1}{x-1} \quad y_1 = \frac{1}{\frac{1-\sqrt{3}}{2} - 1} = \frac{1}{-1-\sqrt{3}} = \frac{2}{-1-\sqrt{3}}$$

$$y_2 = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{3}}{2} - 1} = \frac{1}{-1+\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \quad y_1 = \frac{2}{-1-\sqrt{3}}$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \quad y_2 = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

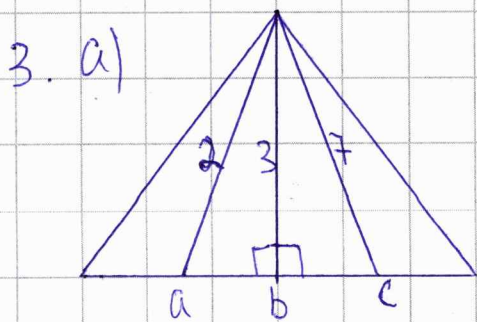
$$D = 4 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 12$$
  
$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4}$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

2. a) болмайды.

б) 
$$\begin{cases} n:11 = x, 7 \text{ қалдық} \\ n:42 = x, 11 \text{ қалдық} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{n-7}{11} = x \\ \frac{n-11}{42} = x \end{cases} \quad n = 95$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \quad S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2+3+7}{2} = 6$$

$$a = \frac{S}{\frac{1}{2} \cdot h_a} \quad b = \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot 3} = 4$$

$$a = \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot 2} = 6$$

$$b = \frac{6}{\frac{1}{2} \cdot 3} = 4$$

б) 
$$S = \frac{3+4+6}{2} = 6,5$$

$$a = \frac{6,5}{\frac{1}{2} \cdot 3} = \frac{6,5}{1,5}$$

$$b = \frac{6,5}{\frac{1}{2} \cdot 4} = 3,25$$

$$c = \frac{6}{7 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{6}{3,5} = \frac{6,5}{3}$$

Тесен.

$$\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 1 & x = 1 + \frac{1}{y} \\ y - \frac{1}{x} = 2 & x = \frac{1}{y-2} \end{cases} \quad \boxed{\frac{y+1}{y} = \frac{1}{y-2}}$$

$$y = (y+1)(y-2)$$

$$y = y^2 - 2y + y - 2$$

$$y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$D = 4 - (4 \cdot (-2) \cdot 1) = 12 = 2\sqrt{3}$$

$$y_{1/2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$y_1 = 1 + \sqrt{3} - \frac{1}{x} = 2$$

$$y_2 = 1 - \sqrt{3} - \frac{1}{x} = 2$$

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{3} - 2 &= \frac{1}{x} \\ \sqrt{3} - 1 &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}-1}$$

$$-1 - \sqrt{3} = \frac{1}{x}$$

$$x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

2 есеп

$$6) \quad 42 \cdot 2 = 84 \quad 95 : 42 = 2 \text{ (11 қ.)}$$

$$84 + 11 = 95. \quad 95 : 11 = 8 \text{ (4 қ.) 1 (мәсәл.)}$$

сан табыла алады.

а) сан табыла алмайды. Өйткені егер 42-ні қандайда бір санға көбейтін отан 11-ді қосса, 4-ті-ні азайтқанда 12-ге санға бөлінбейтін сандар шығады  $\pm 2$  қалдық қалады. Мәсәлі:

$$42 \cdot 12 = 504.$$

$$42 \cdot 2 = 84$$

$$504 + 11 = 515$$

$$84 + 11 = 95$$

$$515 - 4 = 508$$

$$95 - 4 = 88$$

$$508 : 12 = 42 \text{ (2 қалдық)} \quad 88 : 12 = 4 \text{ (2 қалдық)}$$

1 есеп

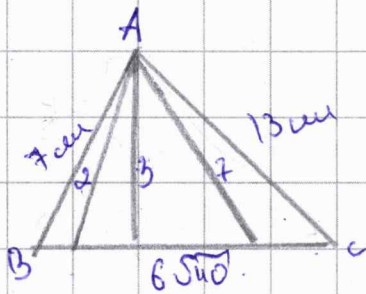
$$a) \quad \begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 / y \\ y - \frac{1}{x} = 1/x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - 1 = 0 \\ xy - 1 = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ 1 - 1 = x \end{cases}$$

$x = 0$ . Бөлшектің алымында 0 бола алмайды  $\emptyset$ .

$$y - \frac{1}{0} = 1 \quad \emptyset.$$

Зәсеп

а)



$$3^2 + x^2 = 7^2$$

$$9 + x^2 = 49$$

$$x^2 = 40$$

$$x = \sqrt{40}$$

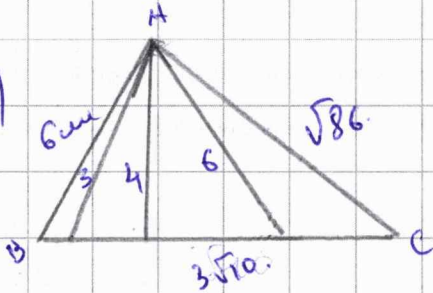
$$2\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}$$

$$(4\sqrt{10})^2 + 3^2 =$$

$$160 + 9 = 169 = 13$$

$$2\sqrt{40} + 2\sqrt{40} + 2\sqrt{40} = 6\sqrt{40}$$

б)



$$4^2 + x^2 = 6^2$$

$$16 + x^2 = 36$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$(4^2 + 2\sqrt{10})$$

$$4^2 + (2\sqrt{5})^2 = 16 + 20 = 36$$

$$\sqrt{86}$$

1)  $x - \frac{1}{y} = 0$

$y - \frac{1}{x} = 1$

$x = \frac{1}{y}$

$y = \frac{1}{x} + 1$

$x = \frac{1}{\frac{1}{x} + 1} + 1$

$x = x + 1$

б)  $x - \frac{1}{y} = 1$

$y - \frac{1}{x} = 2$

$x = \frac{1}{y} + 1$

$y = \frac{1}{x} + 2$

$x = \frac{1}{\frac{1}{x} + 2} + 1$

$x = x + 3$

2)  $12 + 7 = 19$

$42 + 11 =$

$16 - 10 = 6$

$\frac{31}{43}$

$\frac{53}{10}$

$10, 16, \dots$

$\frac{55}{67}$

$\frac{95}{16}$

Әріп саны 42.

Әріпке шешім бер.

Алғашқы: 2005.

$42 \cdot 40$

шешім көп.

$84 \cdot 82$

шешім 42.

$126 \cdot 124$

ешіктері бар  
мәжбүрі көп.

б)  $11 \cdot x + z = 42 - y + 11$

$y = 4x$

$51 = 53$

$88 + 7 = 84 + 11$

$95 = 95$

Мағабат 195.

$11 - 7 = 4$

$53 - 51 = 2$

$4:2 = 2$

$y = 2$

3) а) жоқ

б) жоқ.



1) а) мауабы бәлшейді, шығарайды.  $\begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \\ y - \frac{1}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ y - \frac{1}{\frac{1}{y}} = 1 \end{cases} \Rightarrow y - y = 1 \rightarrow$  бәлшейді.

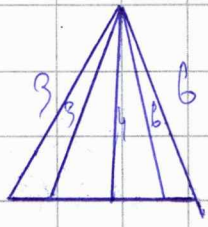
2) б) мауабы: 95  $42 \cdot 2 = 84$  оған қосатын қысқарту 11  $84 + 11 = 95$   $95 : 12 = 8$  қалдықпен (7)

3) а) мауабы:  $(137 \cdot 42 \cdot 3 = 126 + 11 = 137 \quad 137 : 12 = )$  бәлшейді

1) б)  $(x_1; y_1) = \left( \frac{1+\sqrt{3}}{2}; 1+\sqrt{3} \right)$   $x_1 \cdot x_2 \left( \frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right)$   $y_1; y_2 (1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$   
 $(y_1; x_2) = \left( \frac{1-\sqrt{3}}{2}; 1-\sqrt{3} \right)$

3) а) бәлшейді, себебі 7 мм ұзын, 2 мм қысқа

3) б)



$$\begin{array}{r}
 1. \\
 d) \quad x: ABCDFT \\
 \quad \quad \quad \underline{1001} \\
 \quad \quad \quad \Delta BC DFT \\
 \quad \quad \quad 000000 \\
 \quad \quad \quad 000000 \\
 \hline
 \quad \quad \quad ABCDFT
 \end{array}$$

$ABC(A+D)(B+F)(C+T)DFT$  деген сан шығады,

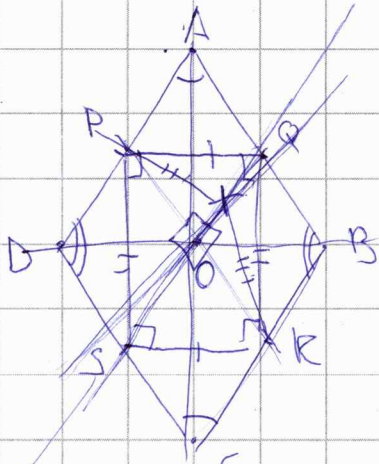
диге бұл сан СТИМТИААА санына таңдалған керек, сондықтан  $A=0, T=B, C=K; A+D=M; B+F=N; C+T=H; D=A; F \neq A$  және  $T=A$  немесе  $T=D$  екені де  $A$  болғандықтан сәй:  $ABC(A+T)(B+F)(C+T)TFT$  За айналада  $C+T=H$  және  $C \neq H$  болғандықтан  $T=0$  дейміз  ~~$A, B, C$  сандар~~  $A+D, B+F$  және  $C+T$  сандары 10 үлкен емес дегендік тис. Сол формуладан диге 123173050 сана шығады, сонда  $ABCDEF \Gamma = 123050$ , сұраққа көлеміз:

$$\begin{array}{r}
 x \quad 123050 \\
 \quad \quad \quad \underline{1001} \\
 \quad \quad \quad 123050 \\
 \quad \quad \quad 000000 \\
 \quad \quad \quad 000000 \\
 \hline
 123050
 \end{array}$$

123173050 шыға алады.

Бұл ~~естелік~~ бір қол жауаптың бір нөмірі бір  $1=0$  және  $M=1$  дегені келді және диге СТИМТИААА сәй емес СТИМТИААА шығады.  $0=1 \quad T=2 \quad H=3 \quad M=4 \quad N=7 \quad K=3 \quad A=0 \quad D=5 \quad X=0$

3



$PR = RQ$  және  $OR$  ортақ,  
 сондықтан  $\triangle PRQ$  теңбүйірлі,  
 перпендикуляр, ортасынан  
 өткізілген тама оқи  
 үшкір.

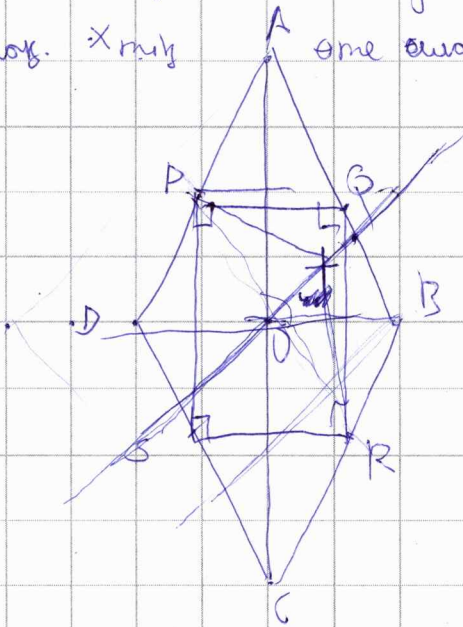
Бұл жағдай кесісуі  $SQ$  ұзындығымен өлшеуі.

1) Егер  $AB = 8$  онда  $PA = 4 = OX + OQ$ ,  $OX = 3$ .

$\angle XOR = 90^\circ$   $\sqrt{OR^2 - OX^2} = OR = 4$   $PR = OR + OP = 8$ ,  $PR = AB = 8$ .

$\therefore 8$  көп қайта айналып келеді.

Бірақ  $X$  нүктесі  $OR$  сегментінің ішінде жатпайды.



$\angle PXR = 90^\circ$

$AQ = x = PA$

$x^2 + OR^2 = 25$

$x^2 = 25 - OR^2$

$x > 0$  мен  $OR < 5$   $x = 5 - OR$

$0 < x < 5$ ,  $OR < 5$

$0 < OR < 5$

$x \neq 1$  екендігі



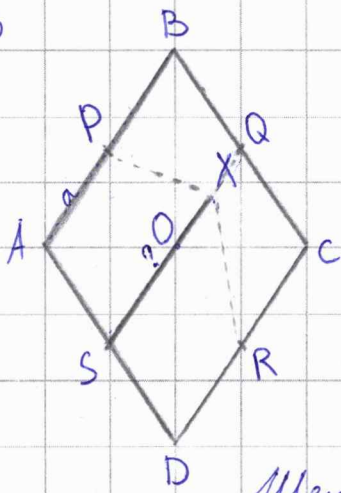
№1. Олимпиада сөзіндегі әріптерді цифрармен алмастырғандағы алынған тоғыз таңбалы сан а) 999-ға; б) 1001-ге бөлінетіндей етіп алмастыруға бола ма?

Олимпиада.  $\rightarrow$  О-1; Л-1; И-2; М-1; П-1; А-2; Д-1.

999 3ке бөлінетін сан, ал 1001-дің цифрларының қосындысы  $\leq 2$ , сол себептен 1001 3ке бөлінбейді. Яғни, 999 бен 1001ге бөлінетін санды әріптерді әртүрлі цифрармен (біреулерді біреуі) ортақ болу үшін алмастыруға болмайды.

Жауабы: болмайды.

№3



ABCD - ромб.

$$P = Q = R = S = \frac{a}{2}$$

X - ромбтың ішінде орнаған нүкте

$$XP = XR \leq 5$$

$$XQ \leq 1$$

$$а) XS = ?$$

$$б) AB < 8 \text{ екенін дәлелдеңіз}$$

Шешуі:

а)

N1

Ашықшада тіптерін

- а) 999-ға бөлінетін цифрлармен;
- б) 1001-ге бөлінетін цифрлармен ашықша тору

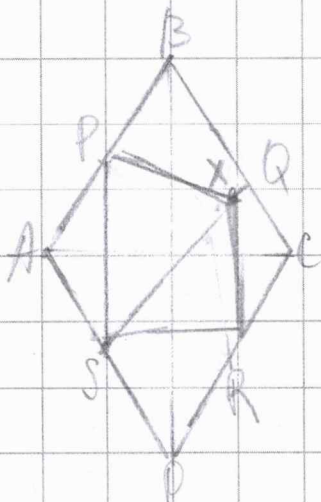
N2

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 сандары берілген.

1 күйісте  $x$  және  $y$  сандарын өсіріп, орындарына  $\frac{x-y}{\sqrt{2}}$  және  $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$  мазуда жазады. Бірнеше күйістен кейін

- а) 1, 1, 3, 3, 4, 5, 7, 8 сано ашықша ма
- б) 2, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 8 сано ашықша ма?

N3



Берілгені: Шешуі:

ABCD - квадрат

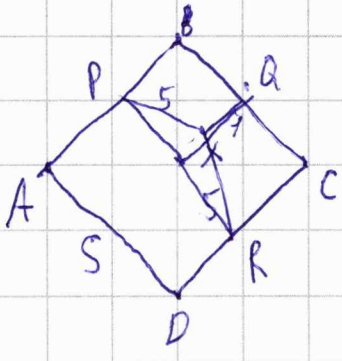
$$XP = XR = 5$$

$$XQ = 1$$

$$m\angle XS = ?$$



3) талқылама



ABCD - ромб

P, Q, R, S - AB, BC, CD, DA қабырғаларының ортасы

$xP = xR = s$

$xQ = 1$

$xS = ?$

$AB < 8?$

Егер X нүктесін ішкі сымалған шырбығис центрі деп қарастырсақ

$xP = xR = s$

$xQ = 1$

$xQ$  - радиус

$xQ = xS = 1$

$xS = 1$

жауап:  $xS = 1$

2) талқылама

$(x - y = \sqrt{2})$

$\frac{x - y}{\sqrt{2}} = 2$

$x - y = 2\sqrt{2}$

$x = 2\sqrt{2} + y$

$\frac{x + y}{\sqrt{2}} = 2$

~~$x + y$~~   $x + y = 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} + y + y = 2\sqrt{2}$

$2y = 0$



1) а.

О Л И М П И А Д А    И = И    А = А    П ≠ 0 ≠ А ≠ Л ≠ И ≠ Д ≠ М

2с) оншаға  $\overline{999}$ , (1с) оншаға  $\overline{999}$ , егер үлгергенде,

$$\overline{OLIMPIDA} \equiv 0 \pmod{999}$$

т.к при  $999k \quad k \in \mathbb{N} (2-9)$

то соотвествует закону

$$\overline{X99Y}$$

то оншаға  $\equiv 0 \pmod{999}$ ,

то  $\overline{ADA} \equiv 0 \pmod{999}$ . т.к.

$\overline{ADA}$  - занаңғы сан, а оншаға  $\overline{ADA} - 999 \Rightarrow \overline{A=D}$

то қаршыға шартқа.

$$\begin{array}{r} \overline{OLIMPIDA} \mid 999 \\ \overline{X99Y} \mid K \\ \hline 0 \end{array}$$

$\Rightarrow A=D$ , то қаршыға шартқа.

а) келме.

б)

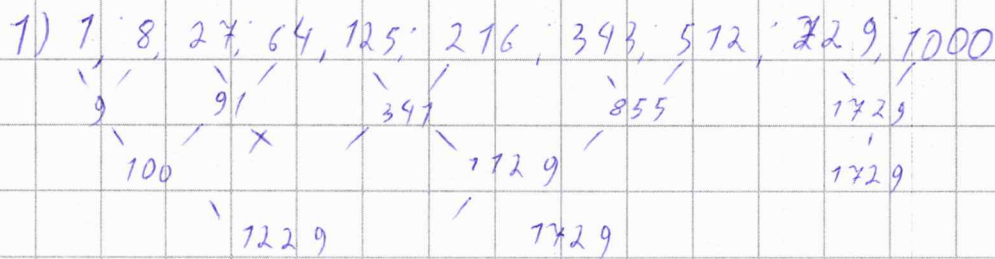
Оншаға  $\overline{1001}$

т.к при  $1001 \cdot k \quad k \in \mathbb{N} (1-9)$   
 всегда будет 4-зн. то рассматриваем

$$\overline{OLIMPIDA} \equiv 0 \pmod{1001} \text{ при}$$

$$k=1 \quad \begin{array}{r} \overline{OLIMPIDA} \mid 1001 \\ \overline{1001} \mid 1 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} A=D=0 \\ A=D=1 \\ U=A=1 \end{array}$$

қаршыға шартқа.  
 б) келме.



a)  $\pi \cos x$       б)  $\pi \cos x$

2)  $\cos(2^x) + \cos(2^{x+1}) = 0$        $\cos(2^x) = t$

$t + t \cdot \cos 2 = 0$

$t(1 + \cos 2) = 0$

$t = 0$        $\cos 2^x = 0$

$\cos 2^x = \cos 2^0$

$x = 0$

б)  $f(x) = \cos(2^x) + \cos(2^{x+1})$

$x \in (-\infty, 0)$  ↓

$(0, +\infty)$  ↑

